Formelsammlung Exponentielles Wachstum

Standardform I

Wenn y sich um den Faktor a verändert, wenn x um 1 grüßer wird (d.h. $y(x+1) = a \cdot y(x)$) und der Anfangswert y_0 ist, dann lautet die Funktionsgleichung:

$$y = y_0 \cdot a^x$$

Standardform II

Falls y nach Ablauf der Zeitdauer Δt stets um den Faktor a sich verändert hat (d.h. $y(t+\Delta t) = a \cdot y(t)$) und der Anfangswert bei $t = 0$ gerade y_0 ist, dann lautet die Funktionsgleichung:

$$y = y_0 \cdot a^{\frac{t}{\Delta t}}$$

y wächst pro Tag um 10%, also beträgt der tägliche Wachstumsfaktor 1,1. Der Anfangswert beträgt 2 kg. Damit ist die Funktionsgleichung:

$$\begin{aligned} y &= 2\,\mathrm{kg} \cdot 1,1^{\frac{t}{\mathrm{d}}} \\ &= 2\,\mathrm{kg} \cdot \left(1,1^7\right)^{\frac{t}{7\mathrm{d}}} \approx 2\,\mathrm{kg} \cdot 1,949^{\frac{t}{\mathrm{w}}} \\ &= 2\,\mathrm{kg} \cdot \left(\sqrt[24]{1,1}\right)^{\frac{t}{\mathrm{h}}} \approx 2\,\mathrm{kg} \cdot 1,00398^{\frac{t}{\mathrm{h}}} \end{aligned}$$

Standardform III: eierlegen und so...

Durch zwei gegebene beliebige Punkte $A(t_A|y_A)$ und $B(t_B|y_B)$, die beide entweder unterhalb oder beide oberhalb der t–Achse liegen, ist genau eine Exponentialfunktion f festgelegt, deren Funktionsgleichung sich aus den eierlegenden Wollmilchsauformeln ergibt:

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_B - t_A \\ a &= \frac{y_B}{y_A} \\ y &= y_A \cdot a^{\frac{t-t_A}{\Delta t}} \end{aligned}$$

Plot